## 4. Ponti termici

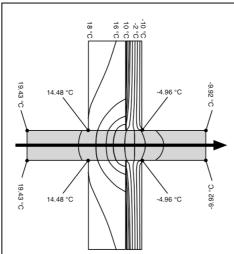
I ponti termici sono dei punti rispettivamente delle zone dell'involucro, dove localmente si riscontrano dei cambiamenti del flusso di calore e delle temperature rispetto alla situazione piana, 1-dimensionale finora studiata. In presenza di zone con ponti termici occorre invece considerare la dispersione del calore in due o tre dimensioni.

Le zone con un ponte termico – angoli, raccordi fra i muri, o semplicemente zone dove l'isolamento è assente – presentano una resistenza termica inferiore rispetto al valore medio di tutto l'involucro.

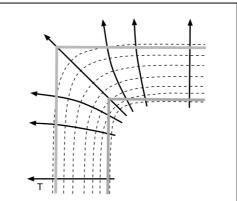
In sostanza si possono distinguere tre tipi di ponti termici:

• Ponti termici dovuti ai materiali (v. figura 19)

Costruzioni composte da diversi materiali che presentano un coefficiente di conducibilità termica  $\lambda$  maggiore rispetto al materiale circostante. Per esempio elementi di fissaggio in alluminio o acciaio, fissaggi perimetrali nei vetri isolanti (v. coefficiente  $\psi$  nell'eq. (25)), ecc.



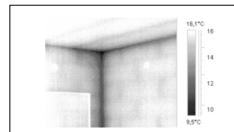
**Fig. 19:** Ponte termico tra materiali con linee isoterme. La freccia indica la direzione del flusso di calore.



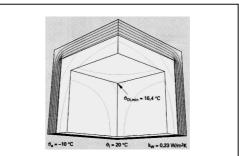
**Fig. 20:** Ponte termico geometrico con linee isoterme e linee di flusso (perpendicolari ad esse). Nello spigolo il calore, abbandonando il perimetro interno, si ripartisce all'uscita su un perimetro esterno maggiore, determinando un flusso maggiore di calore verso l'esterno.

• Ponti termici geometrici (v. figura 20, 21, 22)

Costruzioni in cui la superficie interna riscaldata risulta essere minore della superficie esterna raffreddata. Per esempio angoli degli edifici, cordoli dei tetti piani, pilastri passanti, ecc.



**Fig. 21:** Termografia di una stanza. La temperatura rivelata negli spigoli interni è minore di quella delle pareti.



**Fig. 22:** Particolare della figura 21 schematizzato con linee isoterme.

Ponti termici causati da condizioni di margine variabili

Fonti termiche locali come ad esempio il riscaldamento del pavimento mediante l'uso di serpentine.

Tali ponti termici devono essere evitati per diverse ragioni. Il coefficiente U locale è più elevato che altrove, e quindi il flusso di calore è maggiore. Ciò aumenta la necessità di riscaldamento. Inoltre, la temperatura superficiale interna, nelle zone dove sono presenti i ponti termici, è minore che nella parete piena. In queste zone la temperatura può facilmente essere al di sotto del punto di rugiada, provocando una condensazione superficiale del vapor d'acqua e quindi formazione di macchie di umidità dove possono proliferare le muffe.

I ponti termici non possono essere mai evitati totalmente, tuttavia possono venir minimizzati nella fase di progettazione analizzando con metodi adatti i punti critici del rivestimento dell'edificio.

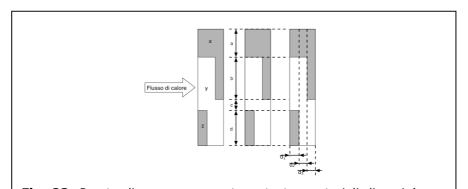
Sono utilizzati i seguenti metodi:

- · Procedimento per calcoli approssimativi;
- · Catalogo dei ponti termici;
- · Procedimento per calcoli numerici;
- Misurazioni da laboratorio (termografia).

## Metodo di approssimazione

Si vuole determinare la resistenza al passaggio del calore di una costruzione disomogenea. La resistenza totale per una disomogeneità che consiste in strati piani compositi, può essere stimata attraverso la media di due valore limite.

Si consideri un elemento di parete composto da tre materiali x, y e z con conducibilità termiche  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  e  $\lambda_z$  come nella figura seguente.



**Fig. 23:** Parete disomogenea contenente tre materiali diversi (x, y, z). La parete può essere scomposta orizzontalmente e verticalmente in modo da ottenere degli elementi all'interno dei quali si possono applicare le leggi apprese per il caso 1-dimensionale.

Nel caso della figura 23 un'approssimazione per eccesso del valore R della parete si ottiene suddividendola orizzontalmente in quattro elementi parziali a, b, c e d di area  $A_a$ , ...,  $A_d$  all'interno dei quali il flusso di calore è in buona approssimazione 1-dimensionale. Infatti, così facendo, si costringe il calore a passare anche negli

elementi con la resistenza termica più elevata, mentre nella realtà sfrutterebbe i percorsi con le resistenze più basse. Sommando i flussi di calore parziali attraverso questi elementi (posti in parallelo) si ottiene:

$$\dot{Q} = \dot{q}_a \cdot A_a + \dots + \dot{q}_d \cdot A_d = \left(\frac{A_a}{R_a} + \frac{A_b}{R_b} + \frac{A_c}{R_c} + \frac{A_d}{R_d}\right) \cdot \Delta T \tag{31}$$

dove  $\Delta T$  è la differenza di temperatura  $T_i$  -  $T_a$  fra le due parti della parete e  $R_a$ , ...,  $R_d$  sono le resistenze termiche degli elementi a, ..., d calcolate nel seguente modo:

$$R_{j} = \frac{d_{xj}}{\lambda_{x}} + \frac{d_{yj}}{\lambda_{y}} + \frac{d_{zj}}{\lambda_{z}}$$
(32)

dove  $d_{xj}$ ,  $d_{yj}$  e  $d_{zj}$  sono gli spessori dei materiali x, y e z nell'elemento j (= a, b, c, d). Introducendo un coefficiente globale di resistenza termica  $R_{tot,sup}$  la corrente termica  $\dot{Q}$  può essere scritta anche in questo modo:

$$\dot{Q} = \frac{A}{R_{tot, \text{sup}}} \cdot \Delta T \tag{33}$$

Confrontando l'eq. (31) con la (33) si ottiene che secondo questa approssimazione la resistenza totale vale:

$$R_{tot, \text{sup}} = \frac{A}{\frac{A_a}{R_a} + \frac{A_b}{R_b} + \frac{A_c}{R_c} + \frac{A_d}{R_d}}$$
(34)

dove  $A = A_a + A_b + A_c + A_d$ . Una situazione più favorevole per la trasmissione del calore, si ottiene suddividendo la parete in tre elementi verticali di spessore  $d_1$ ,  $d_2$  e  $d_3$  e calcolando per ognuno di essi una conducibilità termica media ponderata sulle superfici di ciascun materiale. Per l'esempio della figura 23 si ottiene:

$$\lambda_{1} = \frac{\lambda_{x} A_{a} + \lambda_{y} (A_{b} + A_{c}) + \lambda_{z} A_{d}}{A}$$

$$\lambda_{2} = \frac{\lambda_{x} A_{a} + \lambda_{y} (A_{b} + A_{c} + A_{d})}{A}$$

$$\lambda_{3} = \frac{\lambda_{x} (A_{a} + A_{b}) + \lambda_{y} (A_{c} + A_{d})}{A}$$
(35)

Un limite inferiore ( $R_{tot,inf}$ ) per la resistenza totale della parete può dunque venir calcolato nel modo seguente:

$$R_{tot,inf} = \sum \frac{d_j}{\lambda_j}$$
 (36)

La resistenza termica della parete può essere calcolata come media tra i due valori limite:

$$R = \frac{R_{tot, inf} + R_{tot, sup}}{2}$$
 (37)

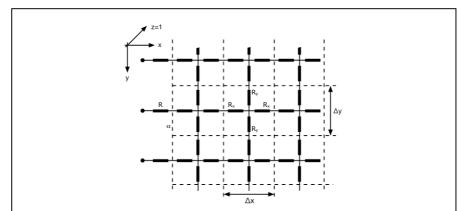
da cui si ottiene il coefficiente di trasmissione di calore:

$$U = \frac{1}{R} \left[ \frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \tag{38}$$

La validità del metodo dipende dalla differenza tra i due valori. Se il rapporto tra  $R_{tot,sup}$  e  $R_{tot,inf}$  è minore di 1.5, l'errore relativo massimo possibile per R è del 25%. Se il rapporto è maggiore di 1.5, significa che la parete presenta ponti termici troppo grandi e il metodo sopra esposto non è applicabile.

#### **Metodo numerico**

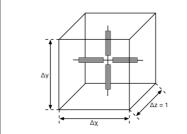
Per una maggiore precisione nella determinazione di ponti termici si possono utilizzare metodi di calcolo numerico, nei quali l'oggetto in questione viene scomposto in una rete di resistenze termiche. Per ogni nodo della rete è calcolato un bilancio del flusso di calore.



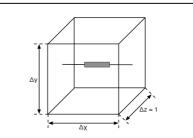
**Fig. 24:** Modello reticolare usato per il calcolo numerico di un ponte termico.

I valori utilizzati per le resistenze  $R_x$  devono essere coerenti con le proprietà termiche del corpo. In particolare se si prende un volumetto (v. figura 25) con conducibilità termica  $\lambda$ , la sua resistenza termica  $2R_x$  in direzione dell'asse x deve corrispondere a quella che si calcola con l'equazione (11).

$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{\Delta x}{\lambda} = 2R_x \cdot A \tag{39}$$



**Fig. 25:** un volumetto interno del reticolo.



**Fig. 26:** un volumetto al bordo del reticolo.

ossia con  $A = \Delta y \cdot \Delta z$ :

$$R_{x} = \frac{\Delta x}{2\lambda \cdot \Delta y} \tag{40}$$

In modo analogo si calcola R<sub>y</sub>:

$$R_{y} = \frac{\Delta y}{2\lambda \cdot \Delta x} \tag{41}$$

Per calcolare la resistenza termica offerta dalla superficie di un corpo, occorre utilizzare un volumetto che contenga al suo interno una sola resistenza orientata perpendicolarmente alla superficie dell'oggetto in questione (v. figura 26). Per un volumetto con coefficiente di trasmissione superficiale  $\alpha$  vale la seguente equazione:

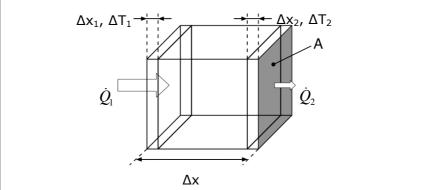
$$R_{x} \cdot A = \frac{1}{\alpha} \tag{42}$$

ossia:

$$R_{x} = \frac{1}{\alpha \cdot \Delta y} \tag{43}$$

# 5. Stoccaggio del calore

Il flusso di calore e la temperatura all'interno di pareti é soggetto a fluttuazioni giornaliere. Per poter valutare in modo corretto il regime dinamico della parete occorre considerare gli effetti dello stoccaggio di calore.



**Fig. 27:** Corrente di calore passante attraverso un volume di larghezza  $\Delta x$  e area A. Fra gli estremi del volume esiste una differenza di temperatura  $\Delta T$ .

La figura 27 riporta una schematizzazione del passaggio di calore attraverso un volume di larghezza  $\Delta x$  e superficie A. La corrente di calore entrante ( $\dot{Q}_{i}$ ) può essere scritta utilizzando l'equazione (6) come:

$$\dot{Q}_{1} = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T_{1}}{\Delta x_{1}} \tag{44}$$

In maniera analoga si può scrivere la corrente di calore uscente:

$$\dot{Q}_2 = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T_2}{\Delta x_2} \tag{45}$$

Per la conservazione dell'energia, la differenza tra quella che entra nel volume in un determinato intervallo  $\Delta t$  di tempo  $(\dot{Q}_1 \cdot \Delta t)$  e quella esce  $(\dot{Q}_2 \cdot \Delta t)$  deve corrispondere alla quantità di energia assorbita (>0) o persa (<0) dal volume in analisi, che può essere calcolata con il concetto di calore specifico (v. eq. (1)).

$$\Delta t \cdot (\dot{Q}_1 - \dot{Q}_2) = c \cdot (\rho \cdot A \cdot \Delta x) \cdot \Delta T \tag{46}$$

ossia con le equazioni (44) e (45) si ottiene:

$$c \cdot \rho \cdot A \cdot \Delta x \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} = A \cdot \lambda \cdot \frac{\Delta T_1}{\Delta x_1} - A \cdot \lambda \cdot \frac{\Delta T_2}{\Delta x_2}$$
(47)

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \cdot \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{\Delta T_1}{\Delta x_1} - \frac{\Delta T_2}{\Delta x_2} \right) \tag{48}$$

In sintesi si può affermare che la propagazione del calore in un corpo dipende da un parametro, il cosiddetto <u>coefficiente di diffusione termica</u>.

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \left[ \frac{m^2}{s} \right] \tag{49}$$

## Approfondimento 2

### Conduzione del calore in una dimensione in forma differenziale

In una dimensione la conduzione del calore è descritta dalla seguente equazione differenziale.

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \frac{d^2\theta}{dx^2} \tag{50}$$

Si consideri ad esempio un corpo semi-infinito, caratterizzato da una superficie piana oltre la quale si estende all'infinito. Se la superficie del corpo è sottoposta ad oscillazioni di temperatura di ampiezza  $\theta_0$  e periodo T attorno ad una temperatura media  $\theta_m$ , come avviene alla superficie del suolo o sull'involucro delle costruzioni a seguito del ciclo giornaliero dell'irraggiamento solare, la soluzione dell'equazione della conduzione del calore è data dalla seguente forma generale:

$$\theta(x,t) = \theta_m + \theta_0 \cdot e^{-\alpha \cdot x} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - \alpha \cdot x\right) \tag{51}$$

Infatti sostituendo tale espressione nell'equazione (47) si ottiene:

$$\theta_{0}e^{-\alpha \cdot x} \cdot \left(-\frac{2\pi}{T}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - \alpha \cdot x\right) = \frac{\lambda}{c\rho} \left(\theta_{0}(-\alpha)^{2} e^{-\alpha \cdot x} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - \alpha \cdot x\right)\right) + \\ + 2\theta_{0}(-\alpha)e^{-\alpha \cdot x} (\alpha) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - \alpha \cdot x\right) + \\ + \theta_{0}e^{-\alpha \cdot x} \left(-\alpha^{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - \alpha \cdot x\right) + \\ = \left(\alpha^{2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - \alpha \cdot x\right) + 2\left(-\alpha^{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - \alpha \cdot x\right) - \alpha^{2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - \alpha \cdot x\right)\right) \frac{\lambda}{c\rho} - \frac{2\pi}{T} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - \alpha \cdot x\right) = -\alpha^{2} \cdot 2\frac{\lambda}{c\rho} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - \alpha \cdot x\right)$$

e quindi nel caso di un corpo semi-infinito il comportamento della temperatura al suo interno è descritto dall'equazione:

 $\alpha^2 = \frac{\pi \cdot c \cdot \rho}{\lambda \cdot T}$ 

$$\theta(x,t) = \theta_m + \theta_0 \cdot e^{-\sqrt{\frac{\pi \cdot c \cdot \rho}{\lambda \cdot T}} \cdot x} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - \sqrt{\frac{\pi \cdot c \cdot \rho}{\lambda \cdot T}} \cdot x\right)$$
 (52)

Si noti che l'ampiezza delle oscillazioni diminuisce esponenzialmente al penetrare

### nel materiale.

A causa della conducibilità termica dei materiali, un'oscillazione della temperatura alla loro superficie si propaga al loro interno (v. approfondimento 2). Tuttavia, a causa delle capacità a stoccare calore nei suoi strati, l'ampiezza delle oscillazioni diminuisce in maniera esponenziale al penetrare nel materiale (v. figura 27).

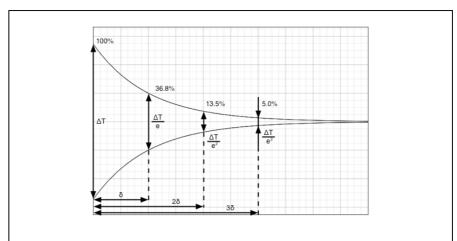


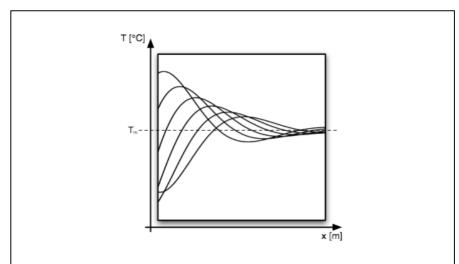
Fig. 27: Definizione del coefficiente di smorzamento.

Il coefficiente di smorzamento  $\delta$  è definito come la distanza alla quale l'ampiezza si è ridotta di un fattore e:

$$\delta = \sqrt{\frac{\lambda \cdot T}{\pi \cdot \rho \cdot c}} \tag{53}$$

La penetrazione delle escursioni termiche in un materiale (oscillazioni) dipende quindi dal periodo T delle stesse. Oscillazioni veloci (che si svolgono su brevi tempi) penetrano di meno di quelle lente.

La figura 28 rappresenta una parete, all'interno della quale, sono illustrati gli andamenti della temperatura in funzione della profondità della parete a diversi istanti di tempo. È interessante notare come la variazione della temperatura si propaghi nel tempo entro la parete proprio come se fosse un'onda. Si può osservare inoltre come la parete smorzi l'onda.



**Fig. 28:** Rappresentazione delle escursioni termiche della temperatura entro la parete a diversi istanti di tempo.

Nella tabella seguente sono riportati alcuni valori caratteristici dei parametri termici per alcuni materiali.

	λ	ρ	С	λ/(ρ·c)	$\delta$ (per T = 24 h)
	[W/(m·K)]	[kg/m³]	[kJ/(kg·K)]	[m²/s]	[m]
Alluminio	200	2700	0.9	8.2·10 <sup>-5</sup>	1.50
Calcestruzzo	1.8	2400	1.1	7·10 <sup>-7</sup>	0.14
Abete	0.14	500	2.2	1.10-7	0.06
Polistirolo espanso	0.035	30	1.4	8·10 <sup>-7</sup>	0.15
Mattoni modulari	0.37	1100	0.9	4·10 <sup>-7</sup>	0.10

Tabella 4: Parametri termici di alcuni materiali che si incontrano nelle opere edili.